บทที่ 3
แอคติวิตีย์รังสี กฎการสลายตัว ครึ่งชีวิตและสถิติทางรังสี

ดังได้กล่าวแล้วนิวไคลด์รังสีไม่มีความคงตัว และสลายตัวกลายเป็นนิวไคลด์อื่นตามขบวนการต่าง ๆ สิ่งที่น่าสนใจคือ อัตราการสลายตัวของแต่ละนิวไคลด์รังสีมีค่าเท่าใด? แต่ละนิวไคลด์รังสีจะสลายตัวในอัตราเดียวกันหรือไม่? และหลังจากนั้นจะมีอะตอมกัมมันตภาพรังสีเหลืออยู่มากน้อยเพียงใดในช่วงเวลาหนึ่ง การตอบคำถามตลอดจนความกระจ่างในส่วนที่เกี่ยวข้องจะได้อธิบายในรายละเอียดต่อไป

คำจำกัดความของแอคติวิตีย์รังสีและหน่วยที่ใช้ในการวัด

ปริมาณการสลายตัวของกัมมันตภาพรังสีต่อหน่วยเวลา กำหนดเป็นอัตราการสลายตัวของกัมมันตภาพของนิวไคลด์รังสี ตัวอย่างเช่น ในช่วงเวลาที่กำหนดช่วงหนึ่ง เก็บอะตอมของนิวไคลด์รังสีไว้ 1,000 อะตอม และภายในระยะเวลา 5 วินาทีต่อมา มีการสลายตัวของอะตอมไป 50 อะตอม ดังนั้น แอคติวิตีย์ของตัวอย่างนี้คือ 50/5 = 10 การสลายตัวต่อวินาที (disintegration/second) หรือเขียนย่อเป็น dis/sec เพื่อที่จะเขียนอธิบายในพจน์ทางคณิตศาสตร์ มีการกำหนดค่าต่าง ๆ ดังนี้

N_t = จำนวนอะตอมแอคติวิตีย์รังสี ณ เวลา t ใด ๆ

dN_t = จำนวนอะตอมกัมมันตภาพรังสีที่สลายตัวในช่วงเวลาสั้น ๆ dt

R_t = กัมมันตภาพรังสีของสารตัวอย่าง

$$R_t = \frac{-dN_t}{dt} \qquad (1)$$

เครื่องหมายลบในสมการ (1) หมายถึงอะตอมกัมมันตภาพรังสีลดปริมาณลงเรื่อย ๆ ตามระยะเวลาที่ผ่านไป

ปัจจุบันหน่วยที่ใช้ในการกำหนดปริมาณแอคติวิตีย์รังสีคือ คูรี (curie) หรือเขียนย่อเป็น Ci เพื่อเป็นเกียรติแก่มาดามคูรี ซึ่งเป็นผู้บุกเบิกงานด้านนี้ และได้กำหนดให้ 1 คูรี เป็นจำนวนกัมมันตภาพรังสีซึ่งสลายตัวในอัตรา 3.7×10^{10} dis/sec เนื่องจากคูรีเป็นหน่วยใหญ่ จึงได้มีการกำหนดหน่วยย่อยของคูรีดังนี้

คูรี (Ci)	=	3.7×10^{10} dis/sec		
มิลลิคูรี (mCi)	=	$10^{-3} \times$ Ci	=	3.7×10^{7} dis/sec
ไมโครคูรี (μCi)	=	$10^{-6} \times$ Ci	=	3.7×10^{4} dis/sec
นาโนคูรี (nCi)	=	$10^{-9} \times$ Ci	=	3.7×10 dis/sec
พิโคคูรี (pCi)	=	$10^{-12} \times$ Ci	=	3.7×10^{-2} dis/sec

อย่างไรก็ตามได้มีการกำหนดหน่วยที่เล็กกว่าคูรีอีกคือ เบคเคอเรล (Becquerel) หรือ Bq โดย 1 เบคเคอเรล เป็นแอคติวิตีย์รังสีของสารตัวอย่างซึ่งสลายตัวในอัตรา 1 dis/sec ความสัมพันธ์ของคูรีและแบคเคอเรลเขียนได้ดังนี้

$$1 \text{ Bq} = 1 \text{ dis/sec} = 27.03 \times 10^{-12} \text{ Ci} = 27.03 \text{ pCi}$$

ซึ่งเบคเคอเรลเป็นหน่วยที่เล็กมาก ในงานเวชศาสตร์นิวเคลียร์มักต้องใช้หน่วยเป็นกิโลเบคเคอเรล (KBq) เมกะเบคเคอเรล (MBq) และอาจเป็นจิกะเบคเคอเรล (GBq)

ความสัมพันธ์ของหน่วยแอคติวิตีย์รังสีทั้งสองมีดังนี้

กิโลเบคเคอเรล (KBq) = 10^{3} Bq = 27.03 nCi

เมกะเบคเคอเรล (MBq) = 10^{6} Bq = 27.03 μCi

จิกะเบคเคอเรล (GBq) = 10^{9} Bq = 27.03 mCi

เบคเคอเรลเป็นหน่วยระบบสากล หรือ หน่วย SI ซึ่งปัจจุบันได้มีการใช้หน่วยนี้แทนหน่วยเดิม (คูรี)

กฎการสลายตัว

แอคติวิตีย์รังสีของสารตัวอย่าง (R_t) ณ เวลา t ขึ้นอยู่กับ

1. จำนวนอะตอมกัมมันตภาพ (N_t) ที่มีอยู่ขณะนั้น
2. ค่าคงที่ของการสลายตัว (λ) ซึ่งเป็นลักษณะสมบัติของนิวไคลด์รังสี

ได้มีการให้คำจำกัดความของค่าคงที่ของการสลายตัวว่า คือโอกาสของการสลายตัวในหน่วยเวลาของอะตอมเดี่ยว ดังนั้น ถ้าเป็นเวลา t และปรากฏมีอะตอมกัมมันตภาพรังสีจำนวน N_t สามารถเขียนความสัมพันธ์ตามข้อสมมุติฐานทั้งสองดังกล่าว (ข้อ 1. และ 2.)
ได้ดังนี้

$$R_t = \lambda \cdot N_t \qquad (2)$$

จากสมการ (2) เห็นได้ว่า อะตอมกัมมันตภาพรังสีที่มีค่า λ ต่างกัน จะต้องแปรค่า N_t เพื่อให้ได้ R_t ค่าเดิม ตัวอย่างเช่น ^{99m}Tc มีความแรงแอคติวิตีย์รังสี 1 mCi จะมีปริมาณอะตอมรังสีต่างจากของ ^{131}I ที่มีความแรงขนาดเดียวกัน (คือ 1 mCi) ดังกล่าวนี้เป็นจริงเนื่องจากผลการศึกษารายงานว่า ^{99m}Tc มีค่า λ = 3.2×10^{-5}/sec และ ^{131}I มีค่า $\lambda = 10^{-6}$/sec ซึ่งสามารถคำนวณหาจำนวนอะตอมรังสีของแต่ละนิวไคลด์ได้โดยใช้สมการที่ (2) ดังนี้

สำหรับ ^{99m}Tc

$$R_t = 1 \text{ mCi} = 3.7 \times 10^{7} \text{ disisec} \text{ และ } \lambda = 3.2 \times 10^{-5}\text{/sec}$$

อาศัยสมการที่ (2) คำนวณค่า $N_t = \frac{R_t}{\lambda} = \frac{3.7 \times 10^{7}}{3.2 \times 10^{-5}}$ **= 1.15 x** 10^{12} อะตอมรังสี

สำหรับ ^{131}I

R_t = 1 mCi และ $\lambda = 10^{-6}$/sec

ดังนั้น $N_t = \frac{3.7 \times 10^{7}}{10^{-6}} = 3.7 \times 10^{13}$

$= 32 \times N_t(^{99m}Tc)$ อะตอมรังสี

กล่าวได้ว่า ^{131}I มีอะตอมรังสีใน 1 mCi มากกว่าของ ^{99m}Tc ถึง 32 เท่า

การคำนวณมวลของสารตัวอย่างกัมมันตภาพรังสี

ถ้าทราบจำนวนอะตอมรังสี N_t ในสารตัวอย่าง 1 mCi ซึ่งเป็นนิวไคลด์รังสีมีมวล A ดังนั้น สามารถคำนวณหามวลของนิวไคลด์รังสีในสารตัวอย่างดังกล่าวได้ โดยถือว่าตัวอย่างกัมมันตภาพรังสีมีเพียงนิวไคลด์รังสีเท่านั้น

จากสมการ (2) ในสารตัวอย่าง 1 mCi ประกอบด้วย $N_t = \frac{3.7 \times 10^{7}}{\lambda}$

และจากสมมุติฐานของ อะโวกาโดร (Avogadro) 1 กรัมของนิวไคลด์รังสีประกอบด้วย 6×10^{23} อะตอมรังสี ดังนั้น

มวลของ 1 อะตอมรังสี $= \frac{A}{6 \times 10^{23}}$ กรัม

หรือมวล M ของอะตอมรังสี N_t $= \frac{N_t \cdot A}{6 \times 10^{23}}$ กรัม

แทนค่าของ N_t ได้ค่ามวล (M) $= \frac{3.7 \times 10^{7} \times A}{6 \times 10^{23} \times \lambda}$ กรัม/mCi

นั่นคือ มวล M $= 6 \times 10^{-17} \cdot \frac{A}{\lambda}$ กรัม/mCi

ตัวอย่าง

จงหาค่ามวลของ ^{99m}Tc ปริมาณ 1 mCi โดยนิวไคลด์รังสีมีมวล 99 และค่าคงที่ของการสลายตัวคือ 3.2×10^{-5}/sec ?

การคำนวณ

$$M = 6 \times 10^{-17} \times \frac{99}{3.2 \times 10^{-5}}$$

$$= 1.8 \times 10^{-10} \text{ กรัม/mCi}$$

แอคติวิตีย์จำเพาะ

จากการคำนวณตัวอย่างที่แล้วได้หาค่ามวลของสารตัวอย่าง 1 mCi แต่เนื่องจากสารรังสีมีการสลายตัวตลอดเวลา ดังนั้น ค่าที่สนใจคือความแรงกัมมันตภาพรังสีต่อมวล 1 หน่วย เรียกปริมาณดังกล่าวว่า แอคติวิตีย์จำเพาะ หรือทับศัพท์เป็น "สเปซิฟิคแอคติวิตีย์" หน่วยทั่วไปคือ mCi/mg หรือ dis/min/mg และจากตัวอย่างได้กล่าวแล้วของ ^{99m}Tc จะมีค่าเป็นส่วนกลับของค่า M คือเท่ากับ $1/(1.8 \times 10^{-10})$ mCi/mg หรือเท่ากับ [illegible] $\times 10^{9}$ mCi/gm โดยถือว่าอะตอมของเทคนีเซียมเป็นกัมมันตภาพรังสีล้วน และไม่ปรากฏอะตอมเทคนีเซียมที่มีอายุนานหรือเป็นอะตอมคงตัวใด ๆ ในสารตัวอย่าง เรียกสารตัวอย่างเช่นนี้ว่า "สารตัวอย่างปราศจากพาหะ" (carrier free sample) ดังนั้น การคำนวณกัมมันตภาพจำเพาะตามตัวอย่างข้างต้น จึงใช้ได้กับสารตัวอย่างปราศจากพาหะเท่านั้น ส่วนสารตัวอย่างที่มีพาหะจะต้องอาศัยปริมาณของพาหะที่ปะปนอยู่ในสารตัวอย่างด้วย

สำหรับกรณีที่นิวไคลด์รังสีไม่อยู่ในรูปของธาตุของมัน แต่กลับเป็นส่วนหนึ่งของโมเลกุล ดังนั้นต้องแปลงค่ามวลของธาตุเป็นของโมเลกุล ตัวอย่าง สืบเนื่องจากตัวอย่างข้างต้น ถ้าเทคนีเซียมกัมมันตภาพรังสีอยู่ในรูปของเปอร์เทคนีเทท (pertechnetate) หรือ $^{99m}TcO_4^-$ (ซึ่งตามความเป็นจริงอาจมี ^{99m}Tc เดี่ยว ๆ ปนอยู่ในปริมาณเล็กน้อยก็ได้) ดังนั้น แอคติวิตีย์จำเพาะต้องเป็นกัมมันตภาพรังสีของสารตัวอย่างต่อหน่วยมวลของเปอร์เทคนีเทท แต่ถ้าสารตัวอย่างเป็นประเภทปราศจากพาหะ (กล่าวคือไม่มีโมเลกุลของ ^{99m}Tc อยู่ในสารตัวอย่างของ $^{99m}TcO_4^-$) สามารถคำนวณ แอคติวิตีย์จำเพาะของสาร $^{99m}TcO_4^-$ ตามวิธีการที่ได้กล่าวแล้วข้างต้น โดยการหาส่วนกลับของค่า M จากนั้นแทน น้ำหนักโมเลกุลของ $^{99m}TcO_4^-$ ในพจน์ A (ตามสูตรข้างต้น) โดยทั่วไปใช้ค่าน้ำหนักโมเลกุล 163 (ค่าโดยประมาณ) ดังนั้น ค่าแอคติวิตีย์จำเพาะของสาร $^{99m}TcO_4^-$ 1 mCi คือ

$$\frac{1}{M} = \frac{\lambda}{A \times 6 \times 10^{-17}}$$

$$= \frac{3.2 \times 10^{-5}}{163 \times 6 \times 10^{-17}}$$

$$= 3.4 \times 10^{9} \text{ mCi/gm}$$

แต่ถ้าเป็นกรณีสารตัวอย่างไม่ปราศจากพาหะ แอคติวิตีย์จำเพาะจะมีค่าต่ำกว่าสารตัวอย่างปราศจากพาหะ ทั้งยังขึ้นกับปริมาณพาหะที่ปะปนอยู่ ในงานเวชศาสตร์นิวเคลียร์ ค่าของแอคติวิตีย์จำเพาะมีความสำคัญมากเนื่องจาก

1. ลักษณะการเป็นสารพิษของสารเคมีหรือตัวยา ขึ้นกับปริมาณที่คนไข้ได้รับเข้าไป ดังนั้นจึงจำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องทราบปริมาณแน่นอนของสารเคมีหรือตัวยาที่ปะปนอยู่ในสารกัมมันตภาพรังสี

2. โดยทั่วไปคุณสมบัติการแพร่กระจายของสารเคมีรังสีภายในระบบชีวภาพ ขึ้นกับปริมาณพาหะที่ปรากฏในสารนั้น

3. ประสิทธิภาพของการติดฉลาก (labeling efficiency) นิวไคลด์รังสี บางครั้งขึ้นกับแอคติวิตีย์

จำเพาะของมันด้วย

การสลายตัวตามกฎเอกซ์โพเนนเชียล

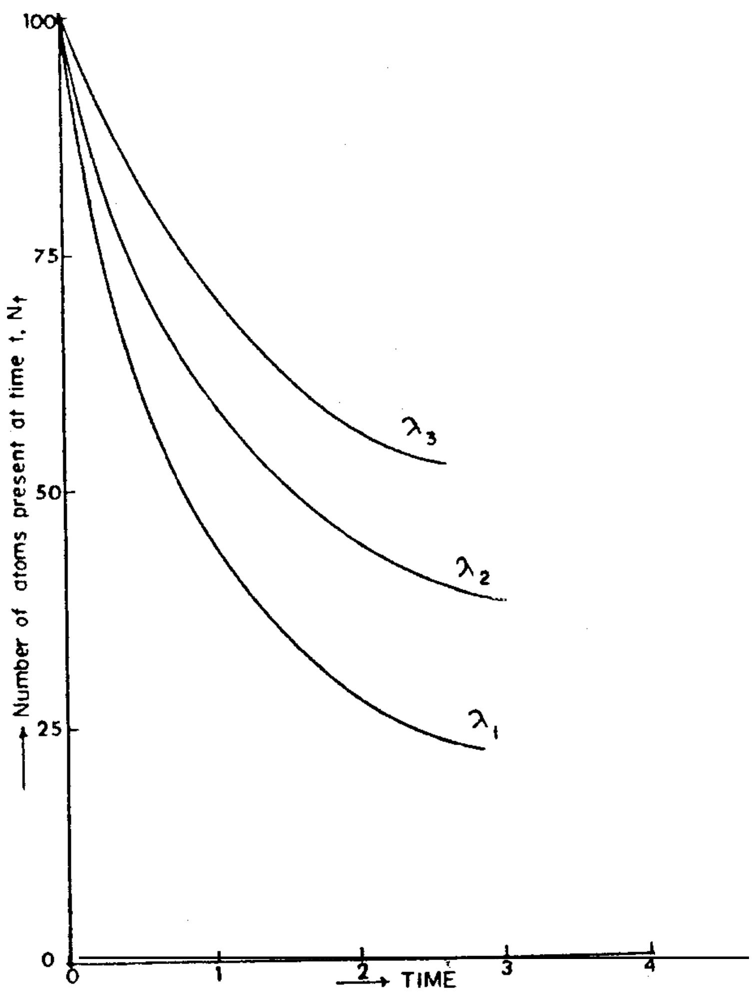
ถ้ารวมสมการ (1) และ (2) ด้วยกันจะได้ผลลัพธ์เป็น

$$\frac{-dN_t}{d_t} = \lambda \cdot N_t$$

สมการ (3) เป็นสมการอนุพันธ์ (differential) แสดงได้ดังนี้

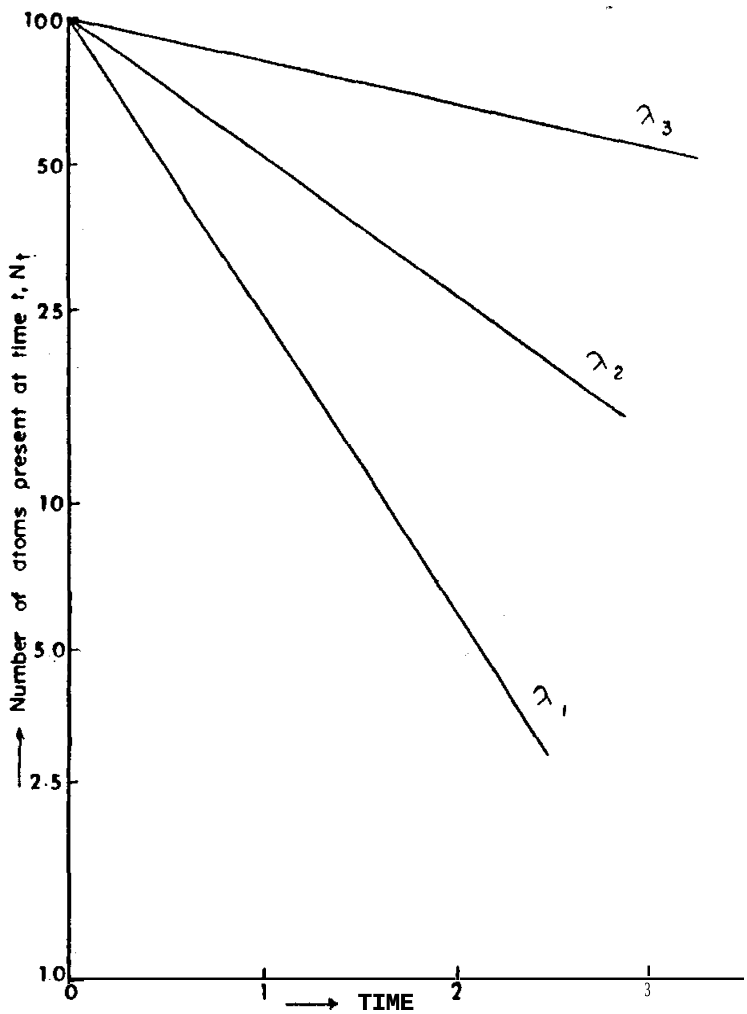
$$N_t = N_0 e^{-(\lambda \cdot t)} \qquad (3)$$

กล่าวได้ว่า สมการที่ (3) เป็นความสัมพันธ์ของจำนวนอะตอมรังสี (N_t) ที่เหลืออยู่ ณ เวลา t โดยถือว่าอะตอมรังสีเริ่มแรกมีค่า N_0 (เป็นค่า ณ เวลา $t = 0$) และจัดเป็นสมการเอกซ์โพเนนเชียลของการสลายตัว ภาพพจน์



รูป 3-1 แสดงการพล็อตจำนวนอะตอมรังสีที่คงสภาพอยู่ที่เวลา t โดยให้อยู่ในฟังก์ชันของเวลา **โดยใช้ นิวไคลด์รังสีซึ่งมี** ค่าคงที่การสลายตัวเป็น λ_1, λ_2, λ_3 ตามลำดับ

ในความสัมพันธ์ของอะตอมรังสี N_t กับเวลา t เป็นไปดังแสดงในรูป 3 –1 โดยใช้ค่าของหลาย ๆ นิวไคลด์รังสี (มีค่า λ แตกต่างกันไป) ซึ่งพล็อตค่าลงบนกระดาษกราฟธรรมดา แต่ถ้าใช้กราฟลักษณะกึ่งล็อกจะได้เส้นตรง ดังแสดงในรูป 3 –2 แต่ละเส้นกราฟของแต่ละค่า λ จะมีความชันต่างกัน



รูป 3-2 ข้อมูลชุดเดียวกับรูป 3–1 แต่พล็อตบนกราฟกึ่งล็อกฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล ถ้าพล็อตในกระดาษกราฟกึ่งล็อกจะได้เส้นตรง ความชันของเส้นตรงหาได้จากค่าคงที่การสลายตัวหรือค่าครึ่งชีวิตของนิวไคลด์รังสี

กฎเอกซ์โพเนนเชียลของการสลายตัวยังคงใช้ได้กับปริมาณกัมมันตภาพรังสี R_t โดยอาศัยคำอธิบายทำนองเดียวกัน และให้ R_0 เป็นกัมมันตภาพรังสีเริ่มต้น สามารถเขียนความสัมพันธ์ลักษณะเดียวกับสมการ (3) หรืออีกวิธีหนึ่ง เขียนโดยแทนค่า N_t จากสมการ (3) ลงในสมการ (2)
นั่นคือ

$$R_t = \lambda \cdot N_t = \lambda \cdot N_0 e^{-(\lambda \cdot t)}$$

$$= R_0 e^{-(\lambda \cdot t)} \qquad (4)$$

ซึ่ง $R_0 = \lambda \cdot N_0$

ความสัมพันธ์ของ R_t ณ เวลาต่าง ๆ จะเป็นไปดังแสดงในรูป 3 –1 และ 3 –2

ค่าครึ่งชีวิต

คำจำกัดความของ "ค่าครึ่งชีวิต" คือช่วงเวลาที่ นิวคลีไอ (nuclei) หรือกัมมันตภาพรังสีจะสลายตัวเหลือปริมาณเพียงครึ่งหนึ่งของปริมาณเริ่มต้น ใช้สัญลักษณ์ $T_{1/2}$ ตัวอย่างเช่น ในนิวไคลด์รังสีประกอบด้วยปริมาณ 10,000 นิวคลีไอ และครึ่งหนึ่งของปริมาณนี้ (5,000) จะสลายตัวในเวลา 5 วัน นั่นคือนิวไคลด์รังสีนี้มีค่าครึ่งชีวิต 5 วัน พิจารณาสมการ (3) เมื่อ $N_t = N_0/2$ และ $t = T_{1/2}$ แทนค่าลงในสมการดังกล่าว

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-(\lambda \quad T_{1/2})}$$

$$\frac{1}{2} = e^{-(\lambda \quad T_{1/2})}$$

หาค่าโดยวิธี

(1) จากตาราง Appendix C ค่า $e^{-(\lambda \cdot T_{1/2})} = \frac{1}{2}$

และจะทำให้ได้ค่า $\lambda \cdot T_{1/2} = 0.693$ (5)

(2) ใส่ค่า natural log ทั้งสมการ จะได้

$$\ln(1) - \ln(2) = -(\lambda \cdot T_{1/2})$$

$$\ln 2 = \lambda \cdot T_{1/2}$$

$$\lambda \cdot T_{1/2} = 0.693$$

(โดยแทนค่า $\ln 1 = 0$)

สมการ (5) เป็นความสัมพันธ์ของค่าคงที่การสลายตัวและค่าครึ่งชีวิตของนิวไคลด์รังสี เห็นได้ว่าสามารถคำนวณค่าคงที่การสลายตัวได้ถ้าสามารถทราบค่าครึ่งชีวิต (หรือในทางกลับกัน)

ตัวอย่าง ^{131}I มีค่าครึ่งชีวิต 8 วัน จงคำนวณค่าคงที่การสลายตัวของ ^{131}I

วิธีการคำนวณ

แทนค่าครึ่งชีวิตในสมการ (5) จากนั้นคำนวณค่า λ

$$\lambda \quad T_{1/2} = 0.693$$

$$\lambda \quad (8 \text{ วัน}) = 0.693$$

$$\lambda = \frac{0.693}{8 \times 24 \times 60 \times 60} \text{ วินาที}$$

$$= 10^{-6} \text{ /วินาที}$$

$T_{1/2}$